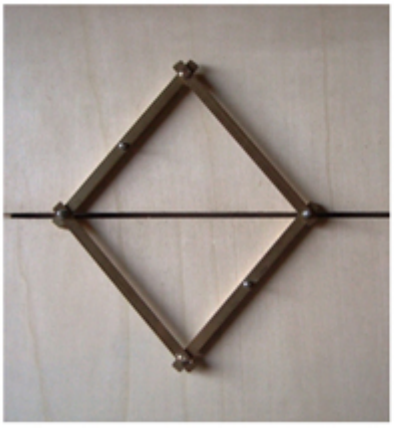
Esplorare, congetturare, argomentare con le macchine matematiche

INTRODUZIONE

Questo contributo presenta alcuni aspetti di una attività didattica svolta all'interno del progetto regionale "Laboratori delle macchine matematiche per l'Emilia Romagna" (MMLab-ER) [1]. La documentazione del Progetto è raccolta nel sito del Laboratorio delle Macchine Matematiche di Modena (www.mmlab.unimore.it): in particolare sono disponibili on-line i materiali usati nei corsi di formazione, il libro finale del progetto [2], alcuni video e i report scritti dagli insegnanti per presentare e discutere le esperienze che hanno svolto con le loro classi.

UN ESEMPIO DI ATTIVITÀ DIDATTICA

Nel primo quadrimestre dell'a.s. 2010-2011, in una classe II del Liceo scientifico Visitandine Malpighi di Castel San Pietro Terme, Bologna (docente Simone Banchelli), sono state svolte delle attività laboratoriali con i pantografi per le trasformazioni geometriche del piano: in particolare sono stati studiati i pantografi per la simmetria assiale (fig. 1-2), la simmetria centrale e la traslazione. Gli studenti hanno esaminato queste macchine in piccolo gruppo seguendo specifiche consegne progettate dall'insegnante. L'insegnante ha poi orchestrato discussioni collettive per favorire la condivisione e il confronto tra gli studenti di tutta la classe. Le trasformazioni geometriche del piano erano già state studiate in classe per via sintetica, quindi l'obiettivo di questo percorso non è stato introdurre le leggi matematiche incorporate nei pantografi, ma piuttosto di utilizzare le conoscenze acquisite e di sviluppare quelle fondamentali attività matematiche legate alla genesi di congetture, alla produzione di argomentazioni e alla costruzione di dimostrazioni.



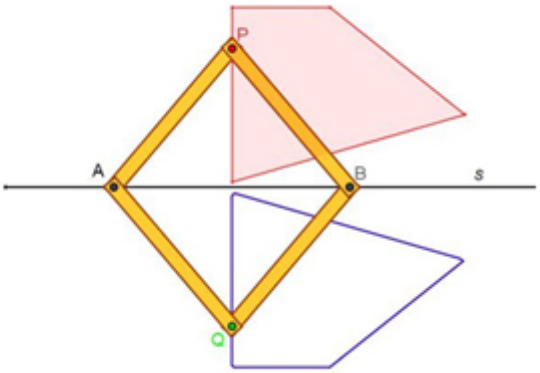
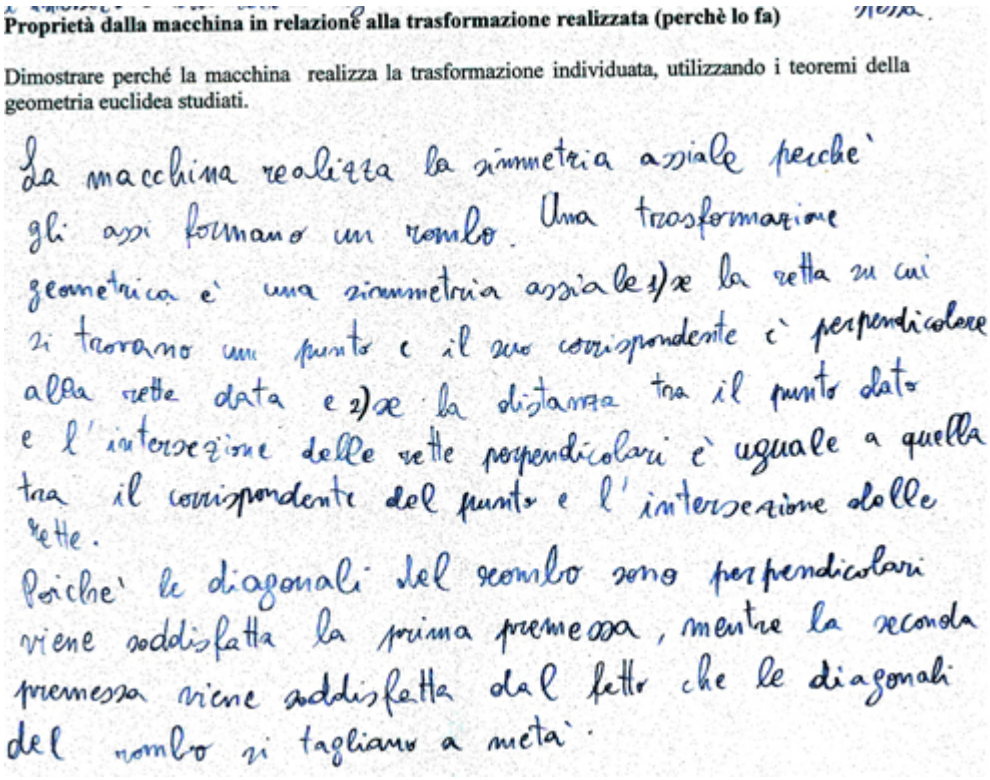


Fig. 1 (a sinistra): Fotografia; Fig. 2 (a destra): Immagine di una animazione virtuale

Il rombo articolato ha due vertici opposti (A e B) vincolati a cursori che scorrono entro una scanalatura rettilinea s. La posizione di P determina

univocamente quella di Q (e viceversa). Dalla semplice geometria del sistema meccanico si ricava subito che: 1) la retta PQ è perpendicolare a s; 2) i punti P e Q sono equidistanti da s. Perciò P e Q si corrispondono nella simmetria assiale ortogonale di asse s.

Gli studenti, guidati dalle schede preparate dal docente, hanno risposto alle seguenti domande chiave: “Come è fatta la macchina? Cosa fa? Perché lo fa?”. Partendo quindi da un’esplorazione e una manipolazione concreta di oggetti che incorporano delle leggi matematiche, gli studenti hanno vissuto l’esperienza di produrre congetture, di sviluppare argomentazioni e validare le proprie ipotesi usando gli strumenti teorici della matematica (fig. 3).


Proprietà dalla macchina in relazione alla trasformazione realizzata (perchè lo fa)

Dimostrare perché la macchina realizza la trasformazione individuata, utilizzando i teoremi della geometria euclidea studiati.

La macchina realizza la simmetria assiale perchè gli assi formano un rombo. Una trasformazione geometrica è una simmetria assiale 1) se la retta su cui si trovano un punto e il suo corrispondente è perpendicolare alla retta data e 2) se la distanza tra il punto dato e l'intersezione delle rette perpendicolari è uguale a quella tra il corrispondente del punto e l'intersezione delle rette.
Poiché le diagonali del rombo sono perpendicolari viene soddisfatta la prima premessa, mentre la seconda premessa viene soddisfatta dal fatto che le diagonali del rombo si tagliano a metà.

Fig. 3: Si riporta uno stralcio dal protocollo di uno studente che dimostra perché il pantografo realizza una simmetria assiale. Notiamo che argomenta correttamente usando il linguaggio verbale.

RIFLESSIONI FINALI

Per l’insegnante affrontare lo studio delle trasformazioni geometriche attraverso una didattica laboratoriale che utilizza le macchine matematiche ha significato continuare un percorso iniziato l’anno precedente [3] e sfruttare i punti di forza di questo tipo di attività, in particolare:
• fare scoprire agli studenti oggetti matematici provenienti dalla storia;
• studiare le proprietà matematiche incorporate nelle macchine;
• fare riflettere su queste proprietà sia durante l’attività di gruppo, sia durante le discussioni collettive;
• stimolare la comprensione “del perché la macchina fa qualcosa” facendo scaturire in maniera più naturale la produzione di congetture e l’esigenza di costruire una corretta dimostrazione;
• esplorare quella dimensione dinamica della geometria che può ulteriormente essere indagata attraverso oramai diffusi programmi di geometria (Cabri

Géomètre, GeoGebra) con cui queste macchine possono essere simulate;
• generare situazioni di problem posing e solving che favoriscano la produzione di soluzioni diverse e la generazione del pensiero ipotetico: per esempio chiedendo “cosa succederebbe se…?”.

In questa esperienza un approccio alla geometria non puramente teoretico, ma che ha sfruttato i legami che essa ha con il mondo reale, ha coinvolto maggiormente nello studio della disciplina e ha creato un ambiente di apprendimento più vivo e stimolante sia per gli studenti che per l’insegnante.

BIBLIOGRAFIA
[1] Martignone, F. (2010). “La matematica si può toccare? Macchine provenienti dalla storia”, Education 2.0, L’editoriale Matematica: didattica, esperienze e tecnologie, p. 24
[2] Martignone F. (Ed.) (2010). “MMLab-ER: Laboratori delle macchine matematiche per l’Emilia Romagna, Az. 1”. In USR E-R & Regione Emilia-Romagna, Scienze e Tecnologie in Emilia-Romagna, pp. 16-210, Napoli: Tecnodid
[3] Banchelli, S. (2010). “Costruzioni con riga e compasso. Report finali delle sperimentazioni – scuola secondaria di secondo grado”

ENGLISH ABSTRACT
The laboratory activities with mathematical machines, guided by specific tasks, are a suitable environment for mathematics teaching and learning: in particular to develop argumentation processes and proofs construction.

Banchelli e Martignone